

Trabalho de Otimização

Professor Rodney

Nicolau Werneck 9916164

10 de Março de 2003

1 Resumo

Foi implementado um tipo de análise MDS a partir do princípio de minimização de função de *stress*. Matrizes de dissimilaridade entre pinturas famosas foram coletadas, e então foram realizadas análises nestes dados.

2 Introdução

A análise por escalamento multidimensional é uma técnica criada em meados do século XX[1] para tratar dados psicométricos. Ela parte da resolução inicial de um interessante problema: Dada uma lista de pontos com as distâncias entre eles (uma matriz simétrica de dissimilaridades), dispô-los num espaço com um número arbitrário de dimensões de forma que estas distâncias sejam satisfeitas.

A disposição dos elementos no espaço pode posteriormente ser analisada, e eixos no espaço podem ser atribuídos a características que os elementos podem possuir quantitativamente. Dessa forma pode-se tentar compreender como a diferenciação daqueles elementos funciona.

Existem vários bons exemplos de aplicação de MDS, tanto com medidas subjetivas quanto objetivas. Alguns exemplos clássicos para a sua apresentação são a partir de uma matriz de incidência de confusão entre as letras do código morse, onde pode-se ver que a quantidade de pontos ou traços e a predominância de algum deles no código são fatores que determinam a facilidade de confusão entre os códigos.

Este tipo de análise já foi empregado com sucesso na área de análise de timbres musicais[2]. As pesquisas mostraram que três fatores podem ser es-



Resultado da experiência com código Morse

colhidos para modelar razoavelmente bem a diferenciação de timbres musicais: um deles relacionado ao tempo de ataque dos instrumentos, um à característica espectral, e outro à variação dos harmônicos no tempo.

3 Apresentação do Algoritmo

Existem diferentes maneiras de se resolver o problema de dispôr os pontos no espaço. A mais intuitiva de todas é a da minimização da função de *stress*.

A função de *stress* é definida somando-se as diferenças entre as distâncias dos pontos em uma certa disposição com as distâncias da matriz origi-

nal. Estas diferenças seriam proporcionais a forças de atração ou repulsão em um sistema de massas e molas. Ao minimizar esta função, o processo simula a evolução de um sistema de massas e molas inicialmente configurado com uma certa quantidade de energia, que se desloca até que não haja mais energia nas molas

Esta função portanto recebe um número de parâmetros igual ao número de pontos no sistema multiplicado pelo número de dimensões.

Existem diversas variedades de funções de stress que foram definidas por vários pesquisadores. Uma prática bastante comum é utilizar normas generalizadas de Minkowski segundo a fórmula:

$$\|X\| = \left(\sum_n X_n^k \right)^{1/k}$$

onde k é um fator que determina a métrica do espaço. No caso em que $k = 2$ temos o espaço Euclidiano, enquanto que em $k = 1$ temos a "geometria da malha viária". Geometrias intermediárias também são utilizadas, mas esta última é especialmente interessante em análises psicológicas porque freqüentemente julgamentos que levam em consideração múltiplos parâmetros geram resultados em que as distâncias são arbitradas superpondo-se os valores, e não levando-se em consideração distâncias euclidianas.

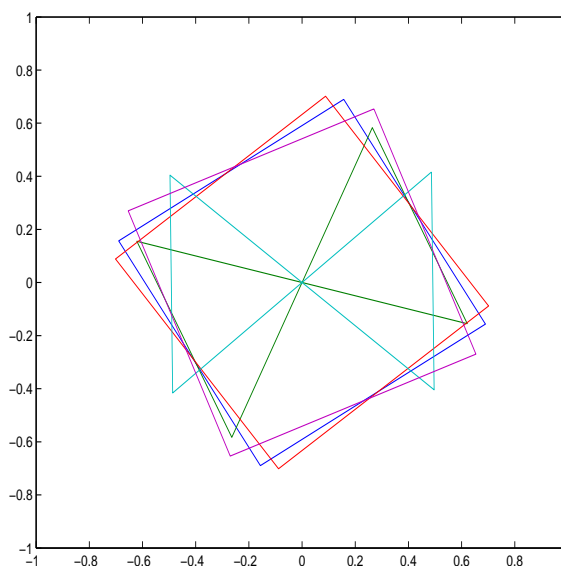
4 Aplicação

4.1 Testes Preliminares

Para a minimização foi utilizado o algoritmo de simplex implementado no Matlab.

As comparações foram feitas inicialmente utilizando uma métrica euclidiana simples. Nestas condições verificou-se que com apenas uma etapa de minimização havia ainda uma chance de que o algoritmo caísse em um ponto de mínimo local. Aproximadamente um terço das respostas terminavam não em um quadrado com *stress* igual a zero, mas em uma "gravatinha" com um certo nível de *stress*.

Para contornar este problema foi implementada uma minimização por etapas. Primeiro definiu-se uma função de stress que também recebia como parâmetro um vetor de pesos associados a cada um



Quadrados reconstruídos correta e incorretamente, com a média das coordenadas subtraída.

dos pontos. Para cada cálculo de stress associado a cada distância entre dois pontos, multiplicou-se o resultado da comparação pela média dos pesos associados a cada um dos dois pontos. O vetor funcionou portanto como uma matriz de constantes de Hook associadas a cada uma das molas do sistema.

A cada etapa do processo de otimização uma matriz de pesos foi criada para que um único ponto recebesse um peso bastante significativo em comparação com os outros pontos. Os pontos que já passaram por este estado anteriormente receberam um peso mediano, enquanto que os pontos ainda não contemplados receberam um peso irrisório. Desta forma a função de minimização ficou mais simples a cada etapa. No caso do primeiro ponto, por exemplo, o problema consiste apenas em colocar os outros pontos ao redor daquele na distância correta. Como a cada etapa a nova função a ser otimizada já está mais próxima da resposta final, a chance de cairmos em algum mínimo local é significativamente reduzida.

4.2 Coleta e Análise de Dados Reais

O objetivo inicial do experimento foi de aplicar a análise a julgamentos subjetivos de pessoas feitas sobre obras de arte de algum tipo. Optou-se por pinturas pela facilidade de lidar-se com elas, além

de que é uma forma de arte bem disseminada e bastante popular.

Foram escolhidos quadros de diferentes épocas da história, e de temáticas variadas (os nomes são os popularizados em inglês):

- Goya - Maja
- Goya - Second of May
- Kandinsky - Composition VI
- Klimt - Danaë
- Munch - Self Portrait
- Picasso - Guernica
- Rembrandt - Danaë
- Renoir - Lady Sewing
- Renoir - Study for "Nude in the Sunlight"
- Vermeer - The Milk Maid

Cinco pessoas se submeteram ao teste, que foi feito através de uma página colocada na internet com acesso irrestrito (ela permanecerá ativa em <http://cefala.org/wernerneck/pesquisa> por mais algumas semanas). Todos indivíduos preencheram todas as respostas, e seus julgamentos foram gravados em um arquivo.

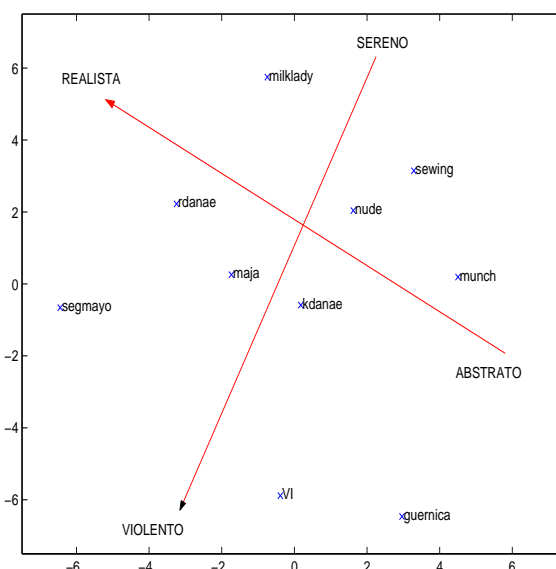
Análises preliminares foram feitas em algumas respostas individuais para verificar o funcionamento da técnica. Foi constatado que alguns indivíduos dirigiram suas análises para a temática dos quadros, enquanto que outros indivíduos focaram mais o estilo.

Finalmente, os cinco julgamentos foram somados e a média das distâncias foi obtida. Esta matriz final foi entregue ao programa de análise que retornou a figura que está impressa ao lado. A função de stress aplicada aos dados reais foi a da seguinte fórmula:

$$\frac{W_i + W_j}{2} \times \left| \ln \left(\frac{\|X_i - X_j\|}{D_{ij}} \right) \right|$$

O stress do estado final variou entre 12 e 6. Quanto menor este stress final, melhor foi a possibilidade de encontrar-se uma explicação para a disposição dos pontos. Uma interpretação possível está marcada em cima da figura impressa aqui. No

caso de uma métrica de Minkowski com o fator $k = 1$ os eixos deveriam ser necessariamente os utilizados pela otimização, mas a fórmula aplicada aqui era isotrópica, então pudemos escolher eixos rotacionados em relação aos originais.



Resultado final da média dos julgamentos

5 Conclusões

A técnica se mostrou eficaz, e foi possível extraír-se uma análise bastante convincente dos dados.

6 Bibliografia

- [1] Joseph B Kruskal, Judith Seery, Forrest Young: *Psychometrika*, 1964, 29:1-17
- [2] Stephen McAdams, Suzanne Winsberg, Sophie Donnadieu, Geert De Soete, Jochen Krimphoff (1995). Perceptual scaling of synthesized musical timbres: Common dimensions, specificities, and latent subject classes. *Psychological Research*, 58:177-192.